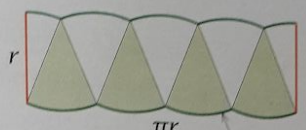
Temat: Pole koła.

Temat realizujemy w ciągu dwóch godzin lekcyjnych:
https://www.youtube.com/watch?v=k-04uoODF0g

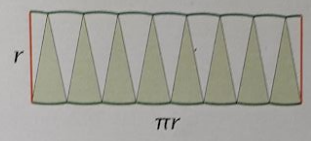
Wykonaj zadanie 1 i 2 z podręcznika (strony załączone poniżej)

4 Pole koła

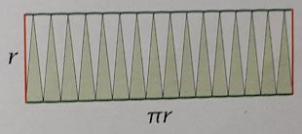
s. 336 Popatrz, jak można podzielić koło i z otrzymanych części ułożyć figurę przypominającą prostokąt.



Długość tej linii jest równa długości półokręgu.



Im więcej jest części, na które dzielimy koło, tym bardziej ułożona figura przypomina prostokąt.



Można dojść do wniosku, że pole koła jest równe polu prostokąta o bokach πr i r.

Pole koła: $P = \pi r^2$

r — długość promienia koła

s. 336 **Przykład**

Plama oleju na jeziorze miała kształt koła o promieniu 10 m. Po pewnym czasie promień plamy zwiększył się o 1 m. O ile wzrosło pole powierzchni plamy?

$P_1 = \pi \cdot 10^2 = 100\pi$

Podstawiamy 10 m i 11 m do wzoru na pole koła. Wynik otrzymamy w metrach kwadratowych.

$P_2 = \pi \cdot 11^2 = 121\pi$

Obliczamy różnicę pól.

$P_2 - P_1 = 121\pi - 100\pi = 21\pi \approx 66$

Odp. Pole powierzchni plamy wzrosło o 21π m^2, czyli o około 66 m^2.

Zadania

s. 64 s. 102–105

1. a) Podaj, jakie pola mają koła o promieniach: s. 336 7.4.1

$3 \quad \frac{2}{3} \quad 1 \quad \pi$

b) Podaj, jakie pola mają koła o średnicach:

$6 \quad 2{,}5 \quad 1 \quad \pi$

s. 336 **2.** Oblicz, ile w przybliżeniu wynosi pole koła: 7.4.3

19/256

a) o promieniu 3 cm,
b) o promieniu 0,2 m,
c) o średnicy 20 cm,
d) o średnicy 2,2 m,
e) o obwodzie 3π cm,
f) o obwodzie $\frac{3\pi}{4}$ m.

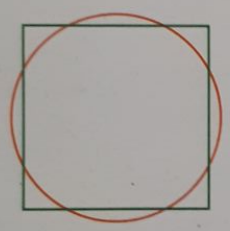
3. Oblicz promienie kół o polach: 7.4.2

20/256

a) 16π cm^2 b) 100π m^2 c) $0{,}04\pi$ dm^2 d) π km^2 e) $\frac{9}{16}\pi$ mm^2

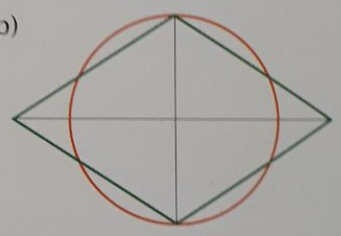
s. 336 **4.** Jak myślisz, która z narysowanych figur ma większe pole — koło czy czworokąt?

a)



Promień koła ma 13 mm.
Bok kwadratu ma 23 mm.

b)



Średnica koła ma 26 mm.
Przekątne rombu mają 26 mm i 40 mm.

s. 336

Ciekawostka

W 1858 roku odnaleziono papirus, na którym 1600 lat p.n.e. Egipcjanie spisali 84 zadania matematyczne oraz ich rozwiązania. Od nazwiska pierwszego Europejczyka, do którego rąk trafił ten dokument, nazywany jest on papirusem Rhinda. Z tego dokumentu wynika, że w starożytnym Egipcie obliczano pole koła o średnicy d według wzoru: $P = (d - \frac{1}{9}d)^2$.

5. Oblicz pole koła o promieniu 10 cm (przyjmij $\pi \approx 3{,}14$). Przeczytaj zamieszczoną obok ciekawostkę. Porównaj swój wynik z wynikiem, jaki otrzymaliby starożytni Egipcjanie.

6. Dane jest koło o promieniu 8. Ustal, jak zmieni się pole tego koła, jeśli:

a) promień zwiększymy o 2, b) promień zwiększymy 2 razy.

Temat: Ile jest możliwości?

Zapoznajcie się z filmem: https://www.youtube.com/watch?v=I_mZJHqZ16k

Wykonaj zadanie 1 i prześlij na adres ewajanicka06@gmail.com

1 Ile jest możliwości?

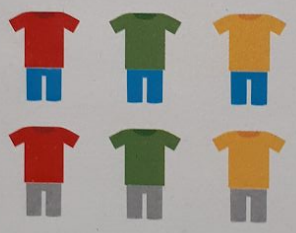
s. 340

Jacek codziennie jeździ na rowerze. Ma trzy koszulki kolarskie: czerwoną, zieloną i żółtą oraz spodenki w dwóch kolorach — niebieskie i szare.

Policzmy, na ile sposobów może wybrać strój do jazdy na rowerze.

To, jak się Jacek ubierze, zależy od dwóch decyzji. Pierwsza z decyzji to wybór koszulki. Ma tutaj 3 możliwości. Druga z decyzji to wybór spodenek. Przy ich wyborze ma 2 możliwości.

Jacek do każdej z 3 koszulek może dobrać jeden z dwóch kolorów spodenek. Poniżej przedstawiono wszystkie możliwości.



Zamiast rysować koszulki i spodenki, można wypisać wszystkie możliwości, na przykład za pomocą takiej tabeli. Zapis *NC* w tabeli oznacza niebieskie spodenki i czerwoną koszulkę, a zapis *SZ* — szare spodenki i zieloną koszulkę.

spodenki \ koszulki	*C*	*Z*	*Ż*
N	*NC*	*NZ*	*NŻ*
S	*SC*	*SZ*	*SŻ*

Jak widać, strój można skompletować na tyle sposobów, ile wynosi iloczyn $2 \cdot 3$. Jacek ma więc 6 możliwości wybrania stroju.

ĆWICZENIE A. Na ile sposobów Jacek mógłby wybrać ubiór do jazdy na rowerze, gdyby dokupił jeszcze białą koszulkę i czarne spodenki?

Podobny sposób zliczania możliwości można stosować w wielu różnych sytuacjach.

Przykład

W pudełku znajduje się 5 klocków w kształcie cyfr od 1 do 5. Z tych cyfr mamy utworzyć liczbę dwucyfrową.

a) Najpierw wybieramy jedną cyfrę, zapisujemy ją i wrzucamy z powrotem do pudełka. Potem wybieramy kolejną cyfrę i dopisujemy ją do poprzedniej cyfry jako cyfrę jedności. Ile różnych liczb możemy w ten sposób otrzymać?

Liczba możliwości:

$5 \cdot 5 = 25$

Pierwszą cyfrę można wybrać na 5 sposobów i do każdej tak wybranej cyfry można dopisać jedną z 5 cyfr.

Odp. W ten sposób możemy otrzymać 25 liczb.

b) Najpierw wybieramy jedną cyfrę (nie wkładamy jej z powrotem do pudełka), a następnie wybieramy kolejną cyfrę i ustawiamy ją obok poprzedniej jako cyfrę jedności. Ile różnych liczb możemy w ten sposób otrzymać?

Liczba możliwości:

$5 \cdot 4 = 20$

Pierwszą cyfrę można wybrać na 5 sposobów i do każdej tak wybranej cyfry można dobrać jedną z pozostałych 4 cyfr.

Odp. W ten sposób możemy otrzymać 20 liczb.

Każdy z powyższych przykładów można byłoby rozwiązać, wypisując wszystkie liczby, które można uzyskać, np. za pomocą tabeli.

a)

pierwsza wylosowana cyfra	druga wylosowana cyfra: 1	2	3	4	5
1	11	12	13	14	15
2	21	22	23	24	25
3	31	32	33	34	35
4	41	42	43	44	45
5	51	52	53	54	55

b)

pierwsza wylosowana cyfra	druga wylosowana cyfra: 1	2	3	4	5
1	×	12	13	14	15
2	21	×	23	24	25
3	31	32	×	34	35
4	41	42	43	×	45
5	51	52	53	54	×

ĆWICZENIE B. Dla każdego ze sposobów losowań przedstawionych w przykładzie, korzystając z opisanej metody lub tabelki, ustal, ile razy otrzymalibyśmy liczbę, której:

a) suma cyfr jest równa 6, b) suma cyfr jest równa 7.

ĆWICZENIE C. Ile różnych liczb moglibyśmy otrzymać przy pierwszym sposobie losowania, a ile przy drugim, gdyby w pudełku oprócz cyfr od 1 do 5 były jeszcze cyfry 7 i 8?

Przykład

W klasie VIII a jest 12 chłopców i 14 dziewcząt.

a) Z klasy tej należy wybrać chłopca i dziewczynkę, którzy na koniec roku szkolnego mają podziękować pani woźnej za jej pracę. Chłopiec ma wręczyć kwiaty, a dziewczynka — składać życzenia. Ile takich dwuosobowych delegacji można wybrać z tej klasy?

Liczba delegacji:

$12 \cdot 14 = 168$

Chłopca można wybrać na 12 sposobów i do każdego wybranego chłopca można dobrać dziewczynkę na 14 sposobów.

Odp. Można wybrać 168 różnych delegacji.

b) Do pana dyrektora mają pójść dwie dziewczynki. Pierwsza z nich ma wręczyć kwiaty, a druga — składać życzenia. Na ile sposobów można wybrać tak określoną parę dziewcząt?

Dwie dziewczynki:

$14 \cdot 13 = 182$

Dziewczynkę wręczającą kwiaty można wybrać na 14 sposobów i do każdej tak wybranej dziewczynki można dobrać drugą dziewczynkę (która ma składać życzenia) spośród pozostałych 13 dziewcząt.

Odp. Można wybrać 182 pary dziewcząt.

Powyższe przykłady można także rozwiązać, opisując możliwe pary uczniów, np. w sposób podany poniżej.

a)

chłopcy \ dziewczęta	d_1	d_2	d_3	…	d_{14}
c_1	c_1d_1	c_1d_2	c_1d_3	…	c_1d_{14}
c_2	c_2d_1	c_2d_2	c_2d_3	…	c_2d_{14}
c_3	c_3d_1	c_3d_2	c_3d_3	…	c_3d_{14}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
c_{12}	$c_{12}d_1$	$c_{12}d_2$	$c_{12}d_3$	…	$c_{12}d_{14}$

b)

dziewczęta \ dziewczęta	d_1	d_2	d_3	…	d_{14}
d_1	×	d_1d_2	d_1d_3	…	d_1d_{14}
d_2	d_2d_1	×	d_2d_3	…	d_2d_{14}
d_3	d_3d_1	d_3d_2	×	…	d_3d_{14}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
d_{14}	$d_{14}d_1$	$d_{14}d_2$	$d_{14}d_3$	…	×

Druga tabela pokazuje, że wiele delegacji składa się z tych samych osób, na przykład te same dziewczęta są w parach d_2d_3 i d_3d_2. Traktujemy jednak te pary jako różne, ponieważ w delegacji d_2d_3 dziewczynka d_2 wręcza kwiaty, a d_3 składa życzenia, natomiast w delegacji d_3d_2 jest odwrotnie.

Warto też zauważyć, że w obu przypadkach opisanych w przykładzie, gdybyśmy najpierw wybrali osobę składającą życzenia, a potem osobę wręczającą kwiaty, to liczba możliwych delegacji by się nie zmieniła.

Metodę zliczania możliwości, którą opisaliśmy wcześniej, można też stosować, gdy problem wymaga podjęcia więcej niż dwóch decyzji.

Przykład

Na karuzeli dla małych dzieci jest 15 miejsc na figurach różnych zwierząt. Na ile sposobów można na tej karuzeli wybrać miejsca dla dwojga dzieci, na ile — dla trojga dzieci, a na ile — dla czworga dzieci?

Liczba możliwości, gdy dzieci jest dwoje:

$15 \cdot 14 = 210$

Pierwszemu dziecku przydzielamy jedno z 15 miejsc i dla każdego tak wybranego miejsca można drugiemu dziecku przydzielić jedno z 14 pozostałych miejsc.

Liczba możliwości, gdy dzieci jest troje:

$15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730$

Pierwszej dwójce dzieci przydzielamy miejsca na $15 \cdot 14$ sposobów i dla każdej tak wybranej pary miejsc można trzeciemu dziecku przydzielić jedno z 13 pozostałych miejsc.

Liczba możliwości, gdy dzieci jest czworo:

$15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 = 32\,760$

Pierwszej trójce dzieci przydzielamy miejsca na $15 \cdot 14 \cdot 13$ sposobów i dla każdej tak wybranej trójki miejsc można czwartemu dziecku przydzielić jedno z 12 pozostałych miejsc.

Odp. Dwojgu dzieciom można przydzielić miejsca na 210 sposobów, trojgu — na 2730 sposobów, a czworgu — na 32 760 sposobów.

Czasami, aby ustalić liczbę możliwości, musimy dodać obliczone wyniki z dwóch odrębnych przypadków.

Przykład

W miejscowości letniskowej jest pizzeria i pierogarnia. W pizzerii można kupić 8 rodzajów pizzy i 5 różnych napojów, a w pierogarni można wybrać 7 różnych rodzajów pierogów i 6 napojów. Ile różnych zestawów składających się z dania i napoju można wybrać, stołując się tylko w pizzerii lub pierogarni?

Liczba zestawów w pizzerii:

$8 \cdot 5 = 40$

Danie wybieramy na 8 sposobów, a napój — na 5 sposobów.

Liczba zestawów w pierogarni:

$7 \cdot 6 = 42$

Danie wybieramy na 7 sposobów, a napój — na 6 sposobów.

Liczba zestawów łącznie:

$40 + 42 = 82$

Odp. Można wybrać 82 różne zestawy.

Zadania

s.65–66 s.108–110

8.1.1 8.1.2 8.1.3

1. a) Mechanizm przerzutek pewnego roweru ma 4 koła zębate z przodu i 7 z tyłu. Na ile sposobów można w tym rowerze ustawić przerzutki? s.341

b) Klawiatura fortepianu składa się z 52 białych i 36 czarnych klawiszy. Ile różnych dźwięków można zagrać, naciskając jeden biały i jeden czarny klawisz?

c) Pani Aniela umie gotować 5 różnych zup i 10 różnych drugich dań. Przez ile dni może serwować dwudaniowy obiad bez powtarzania zestawu?

s.341 **2.** a) W pudełku jest 12 różnych kredek. Na ile sposobów można przydzielić po jednej kredce dwojgu dzieciom?

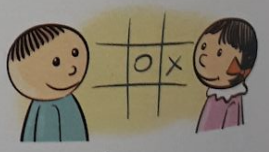
b) Na ile sposobów 2 osoby mogą zająć miejsca w autobusie, w którym jest 30 wolnych miejsc?

c) W pudełku jest 11 kart z liczbami naturalnymi od 10 do 20. Losujemy najpierw jedną kartę, potem drugą i układamy ją obok pierwszej (z jej prawej strony). Ile różnych liczb czterocyfrowych można utworzyć w ten sposób?

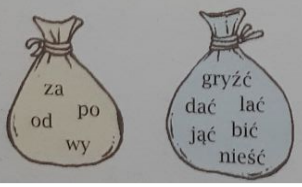
s.342 **3.** Lucyna kupiła 7 nowych segregatorów w różnych kolorach. Do jednego z nich chce wkładać klasówki z matematyki, a do drugiego – prace z języka polskiego. Na ile sposobów może wybrać segregatory do przechowywania materiałów z tych dwóch przedmiotów?

s.342 **4.** W hali fabrycznej na dwóch ścianach są okna. Na jednej ścianie jest 14 okien, a na drugiej jest 10 okien. Na ile sposobów można otworzyć okna, aby na każdej ze ścian z oknami jedno było otwarte?

s.342 **5.** Jacek z Agatką grają w kółko i krzyżyk. Jacek rysuje pierwsze kółko, a po nim Agatka rysuje krzyżyk. Na ile sposobów mogą zaznaczyć te dwa pierwsze znaki?



s.342



6. Wybierając dowolną sylabę z pierwszego worka i dowolną — z drugiego worka, można utworzyć wyraz. Ile różnych słów można w ten sposób utworzyć?

Koło matematyczne

Temat: Omówienie zadań z egzaminu ósmoklasisty.

Zapoznajcie się z filmem: https://www.youtube.com/watch?v=9fFA1avIbnw