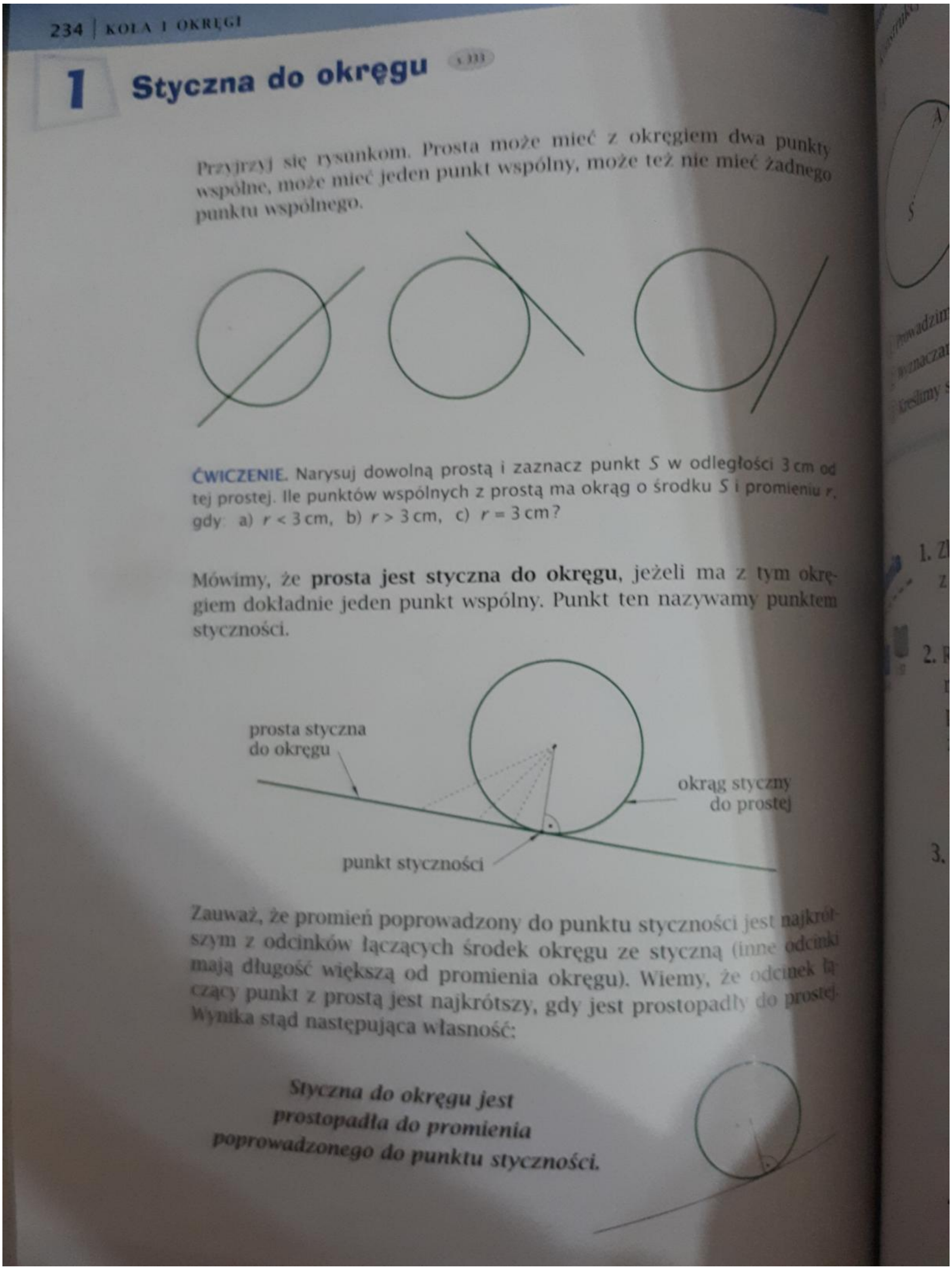
Temat: Styczna do okręgu.

Na ten temat przeznaczamy 2 godziny lekcyjne.

Zapoznajcie się z filmem: https://www.youtube.com/watch?v=ClLs2iQAiRY

Wykonajcie zadanie 4strona 235 ***prześlijcie na adres : ewajanicka06@gmail.com***



234 | KOŁA I OKRĘGI

1 Styczna do okręgu

Przyjrzyj się rysunkom. Prosta może mieć z okręgiem dwa punkty wspólne, może mieć jeden punkt wspólny, może też nie mieć żadnego punktu wspólnego.

ĆWICZENIE. Narysuj dowolną prostą i zaznacz punkt S w odległości 3 cm od tej prostej. Ile punktów wspólnych z prostą ma okrąg o środku S i promieniu r, gdy: a) $r < 3$ cm, b) $r > 3$ cm, c) $r = 3$ cm?

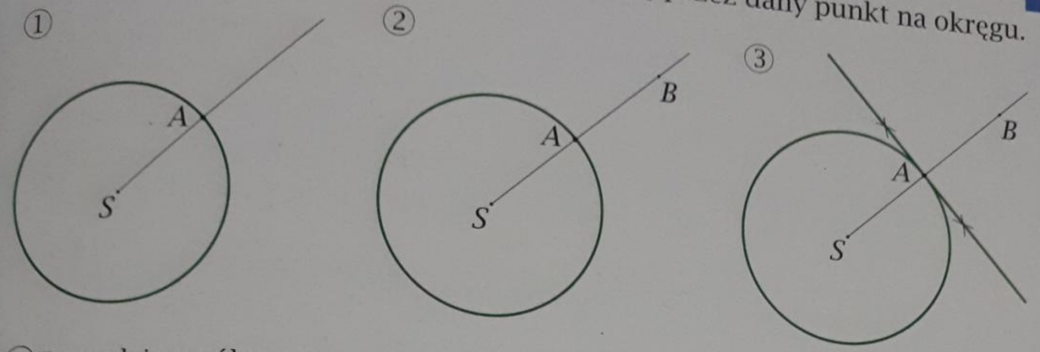
Mówimy, że **prosta jest styczna do okręgu**, jeżeli ma z tym okręgiem dokładnie jeden punkt wspólny. Punkt ten nazywamy punktem styczności.

Zauważ, że promień poprowadzony do punktu styczności jest najkrótszym z odcinków łączących środek okręgu ze styczną (inne odcinki mają długość większą od promienia okręgu). Wiemy, że odcinek łączący punkt z prostą jest najkrótszy, gdy jest prostopadły do prostej. Wynika stąd następująca własność:

Styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności.

Konstrukcja

Konstrukcja stycznej do okręgu, przechodzącej przez dany punkt na okręgu.



① Prowadzimy półprostą SA.

② Wyznaczamy na narysowanej półprostej punkt B, taki że $|SB| = 2 \cdot |SA|$.

③ Kreślimy symetralną odcinka SB.

Zadania

1. Zbadaj, ile punktów wspólnych może mieć okrąg z figurą złożoną z dwóch prostych. Rozważ różne położenia prostych względem siebie.

s. 60–61 s. 97

2. Rysujemy pięć okręgów o tym samym środku S. Najmniejszy okrąg ma promień 2 cm, a każdy następny ma promień o 1 cm dłuższy od poprzedniego. Ustal, ile jest punktów wspólnych tej rodziny okręgów z prostą, od której punkt S jest odległy o:

a) 1 cm b) 5 cm c) 6,9 cm

3. Wyobraź sobie, że na kartce w linie rysujemy okręgi. Odległość między sąsiednimi liniami wynosi 8 mm.

a) W ilu punktach łącznie okrąg o środku leżącym na jednej z linii i o promieniu 5 cm przecinałby linie na kartce?

b) Gdzie powinien leżeć środek okręgu o promieniu 3 cm, aby przecinał jak najmniej linii?

c) Uzasadnij, że niezależnie od tego gdzie leży środek okręgu o promieniu 2 cm, ma on zawsze 10 punktów wspólnych z liniami na kartce.

4. a) Narysuj dowolny okrąg, zaznacz na nim punkt A. Skonstruuj prostą styczną do tego okręgu, przechodzącą przez punkt A.

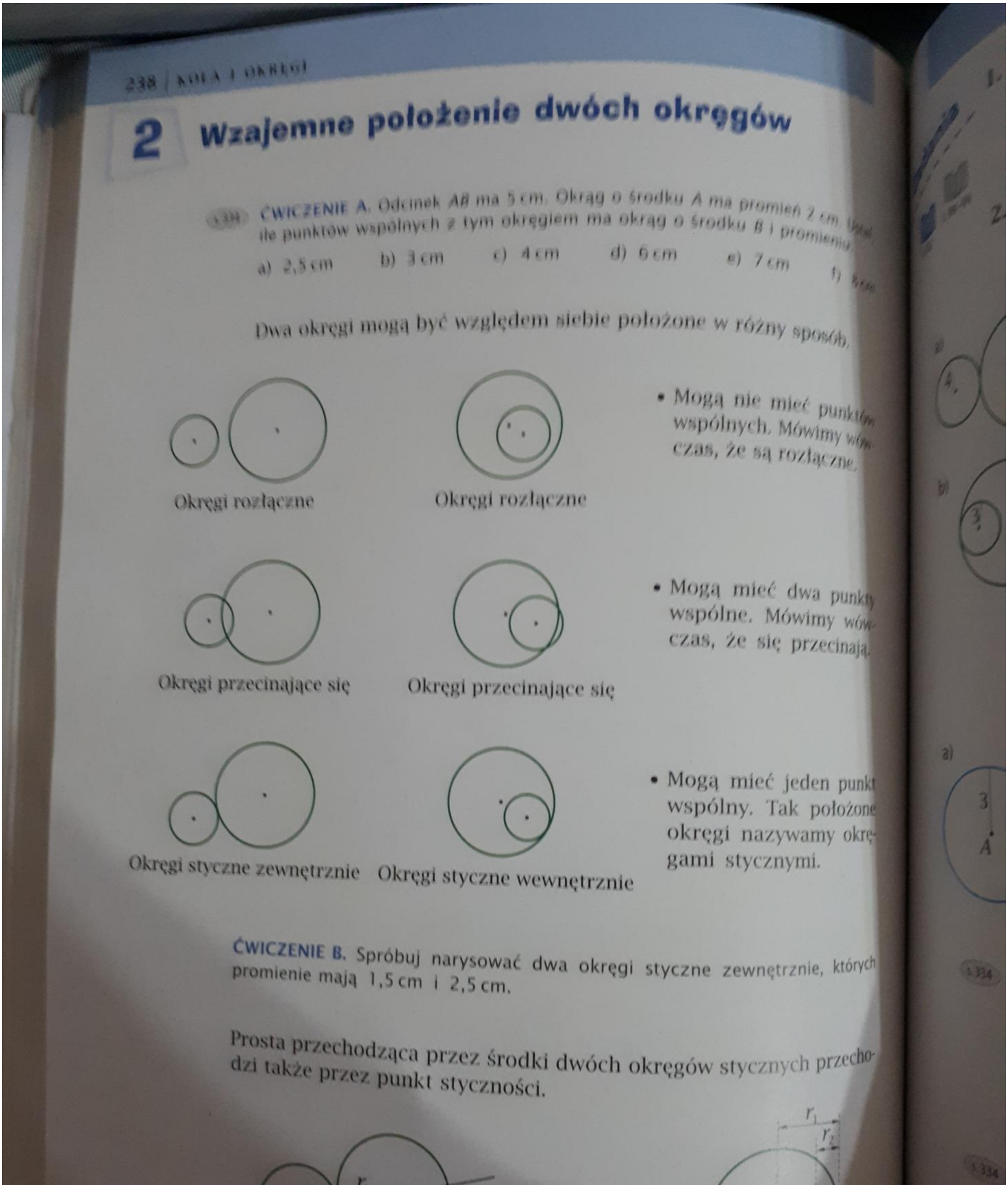
b) Narysuj dowolną prostą i zaznacz punkt S nieleżący na tej prostej. Skonstruuj okrąg o środku S, styczny do narysowanej prostej.

Temat: Wzajemne położenie dwóch okręgów.

Temat na 1 godzinę lekcyjną .

Zapoznajcie się z filmem: https://www.youtube.com/watch?v=2KB1rFmvxR4

Proszę razem z Panią w filmie rozwiązać zadanie 1 i 4. **Zdjęcia wykonanych zadań** ***prześlijcie na adres : ewajanicka06@gmail.com***


238 | KOŁA I OKRĘGI

2 Wzajemne położenie dwóch okręgów

ĆWICZENIE A. Odcinek AB ma 5 cm. Okrąg o środku A ma promień 2 cm. Ustal, ile punktów wspólnych z tym okręgiem ma okrąg o środku B i promieniu

a) 2,5 cm b) 3 cm c) 4 cm d) 6 cm e) 7 cm f) 8 cm

Dwa okręgi mogą być względem siebie położone w różny sposób.

Okręgi rozłączne Okręgi rozłączne

• Mogą nie mieć punktów wspólnych. Mówimy wówczas, że są rozłączne.

Okręgi przecinające się Okręgi przecinające się

• Mogą mieć dwa punkty wspólne. Mówimy wówczas, że się przecinają.

Okręgi styczne zewnętrznie Okręgi styczne wewnętrznie

• Mogą mieć jeden punkt wspólny. Tak położone okręgi nazywamy okręgami stycznymi.

ĆWICZENIE B. Spróbuj narysować dwa okręgi styczne zewnętrznie, których promienie mają 1,5 cm i 2,5 cm.

Prosta przechodząca przez środki dwóch okręgów stycznych przechodzi także przez punkt styczności.

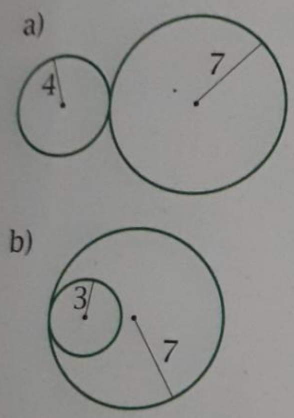
Zadania

s. 98–99

1. Okrąg o środku S ma promień 5 cm, a okrąg o środku P ma promień 7 cm. Ustal, jakie jest wzajemne położenie tych okręgów, jeśli:

a) $SP = 10$ b) $SP = 12$ c) $SP > 15$ d) $SP < 2$

2. Ustal, ile punktów wspólnych może mieć prosta z figurą zbudowaną z dwóch okręgów.



7.2.1 **3.** Okręgi narysowane obok są styczne. Oblicz, jaka jest odległość między środkami tych okręgów.

7.2.2 **4.** Określ, jaka jest odległość między środkami okręgów o promieniach 5 cm i 8 cm, gdy:

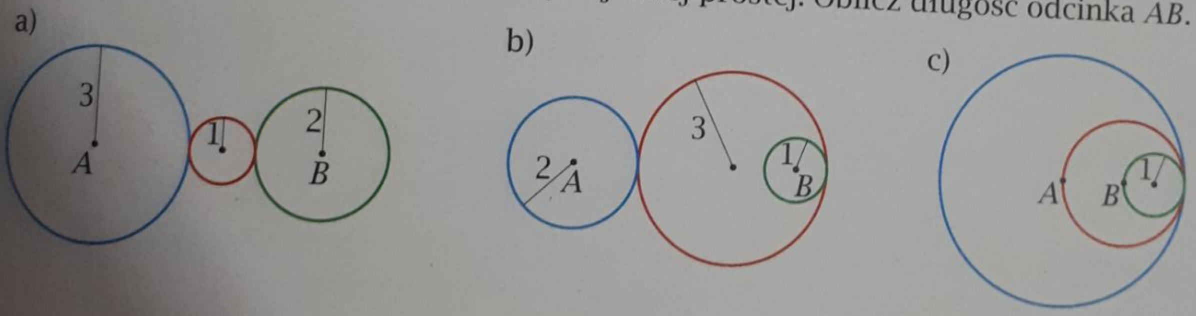
a) okręgi te są styczne zewnętrznie,

b) okręgi są styczne wewnętrznie,

c) mniejszy okrąg przechodzi przez środek większego,

d) większy okrąg przechodzi przez środek mniejszego.

5. Punkty A i B to środki odpowiednich okręgów. Czerwony okrąg jest styczny zarówno do niebieskiego, jak i do zielonego okręgu. Środki wszystkich okręgów leżą na jednej prostej. Oblicz długość odcinka AB.



5/254

s. 334 **6.** Ustal, jak są położone względem siebie dwa okręgi, jeśli:

a) jeden z nich ma środek w punkcie $A = (-1, 7)$ i promień długości 5, a drugi ma środek w punkcie $B = (11, 2)$ i promień długości 8,

b) jeden z nich ma środek w punkcie $S = (-9, 4)$ i promień długości 5, a drugi ma środek w punkcie $P = (-5, 1)$ i promień długości 3.

6/254

s. 334 **7.** Okrąg o środku w punkcie $S = (0, 5)$ ma promień długości 1 i jest styczny do okręgu o środku A i promieniu długości 10. Punkt A leży na osi y. Jakie ma współrzędne? Uwaga. Zadanie ma 4 rozwiązania.

7/254

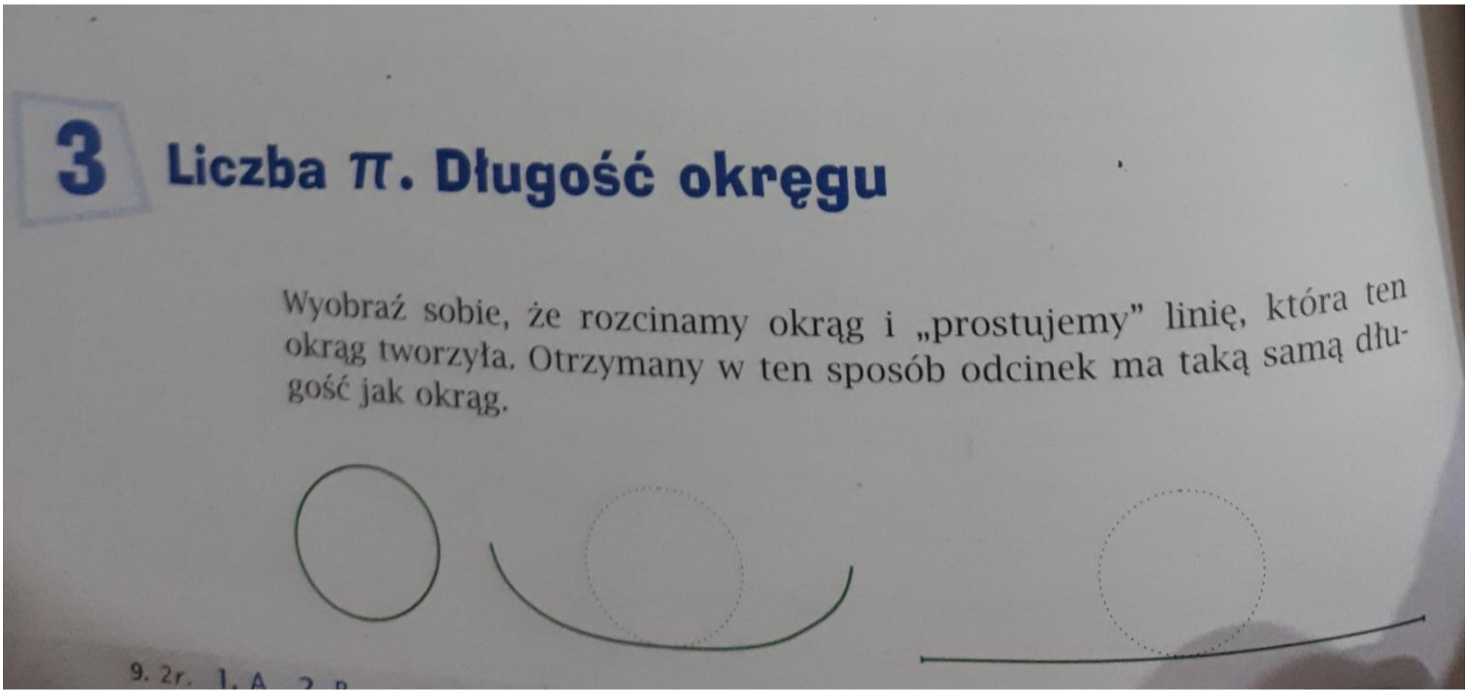
s. 334 ***8.** Czy w garnku o średnicy 24 cm zmieszczą się (ustawione pionowo, obok siebie) 4 słoiki o średnicy 10 cm każdy?

3. a) 11, b) 4. 4. a) 13 cm,

Temat: Liczba π. Długość okręgu.

Zapoznajcie się z filmem: https://www.youtube.com/watch?v=KvuPLlUxPH8

Zapiszcie w zeszycie zadania wykonane w filmie. **Zdjęcia wykonanych zadań *prześlijcie na adres : ewajanicka06@gmail.com***



3 Liczba π. Długość okręgu

Wyobraź sobie, że rozcinamy okrąg i „prostujemy” linię, która ten okrąg tworzyła. Otrzymany w ten sposób odcinek ma taką samą długość jak okrąg.

Każdy okrąg jest brzegiem pewnego koła. Długość okręgu nazywana jest też obwodem koła.

Zauważmy, że im większa średnica okręgu, tym większa jest długość okręgu. Zastanówmy się, jaki jest związek między tymi wielkościami.

ĆWICZENIE A. Przygotuj przedmiot, którego brzeg ma kształt okręgu (np. puszkę lub nakrętkę od słoika).

Zmierz średnicę tego przedmiotu.

Zmierz jego obwód, tzn. długość okręgu (używając miary krawieckiej lub nitki).

Podziel długość okręgu przez długość średnicy; możesz użyć kalkulatora.

Powtórz takie pomiary i rachunki dla kilku przedmiotów. Porównaj otrzymane wyniki.

s.334 Już w czasach starożytnych zauważono, że stosunek długości okręgu do długości średnicy jest dla wszystkich okręgów tą samą liczbą. Liczbę tę oznaczamy grecką literą π (czytamy: *pi*).

$$\frac{\textbf{długość okręgu}}{\textbf{długość średnicy}} = \pi$$

Liczba π nie jest wymierna, jej rozwinięcie dziesiętne jest nieskończone i nieokresowe.

$\pi = 3{,}14159265358979323846264338327950288419716939937...$

s.334 **ĆWICZENIE B.** a) Rozszyfruj, jaki związek z liczbą π mają podane niżej teksty w języku polskim, angielskim i szwedzkim.

Jaś o kole z werwą dyskutuje,
bo dobrze temat ten czuje.
Zastąpił Ludolfinę słowami wierszyka.
Czy Ty już odgadłeś, skąd zmiana ta wynika?...

For a time I stood pondering
on circle sizes. The large
computer mainframe quietly processed
all of its assembly code. Inside my entire...

Hör i Alla i Kwall arkimedes
ju lovade komma. Han skall
pitalets vanskliga siffror framsalla
för er. Dem förvisso. Rätt mängen ej minnes...

b) Wymyśl zdanie, w którym liczby liter w kolejnych wyrazach odpowiadają kolejnym cyfrom rozwinięcia dziesiętnego liczby π.

Ciekawostka

Matematycy od dawna starają się wyznaczyć jak najwięcej cyfr rozwinięcia dziesiętnego liczby π. W 1610 roku holenderski uczony Ludolf van Ceulen podał 35 cyfr po przecinku. Na jego cześć liczba π nazywana jest czasem **ludolfiną**. Angielski matematyk William Shanks podał w 1874 roku 707 cyfr po przecinku. Okazał się jednak pechowcem — kilkadziesiąt lat później zauważono, że popełnił błąd przy obliczaniu 528. cyfry po przecinku. Dziś za pomocą komputera można obliczyć miliony cyfr rozwinięcia dziesiętnego liczby π.

Wszystkie znane dowody świadczące, że liczba π jest niewymierna, wymagają wiedzy z matematyki wykraczającej poza program szkolny. Pierwszy dowód podał matematyk Johann Lambert w 1761 roku. Liczba π występuje w wielu zagadnieniach matematycznych. Pełni ona tak szczególną rolę, że uczeni, poszukując kontaktu z cywilizacjami pozaziemskimi, wysłali w kosmos drogą radiową informację o wartości liczby π. Wierzą, że inteligentne istoty spoza Ziemi (o ile istnieją) znają tę liczbę i rozpoznają nasz komunikat.

Wiemy już, że dla każdego okręgu o długości l i średnicy d zachodzi równość $\frac{l}{d} = \pi$. Przekształcając tę równość, otrzymamy zależność:

$$l = \pi d$$

Ponieważ średnica jest dwukrotnie większa od promienia okręgu, więc długość okręgu o promieniu r można obliczyć ze wzoru:

Długość okręgu: $\boldsymbol{l = 2\pi r}$

r — długość promienia okręgu

s.335 **ĆWICZENIE C.** Oblicz przybliżoną długość okręgu o promieniu 5 m, przyjmując różne zaokrąglenia liczby π.

a) $\pi \approx 3$ b) $\pi \approx 3,1$ c) $\pi \approx 3,14$ d) $\pi \approx 3,142$

Gdy obliczamy przybliżoną długość okręgu, musimy przyjąć pewne zaokrąglenie liczby π. Najczęściej wystarczy przyjąć, że $\pi \approx 3,14$.

Przykład

Jaki promień ma koło o obwodzie 20 cm?

$l = 2\pi r$

$20 = 2\pi r$ | *Stosujemy wzór na długość okręgu.*

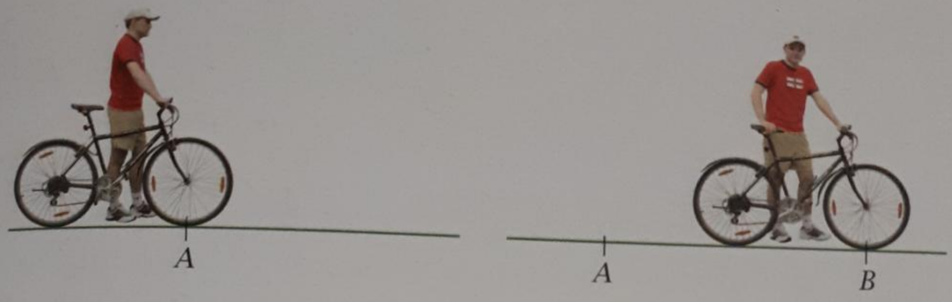
$r = \frac{20}{2\pi} = \frac{10}{\pi} \approx 3,2$ [cm] | $\frac{10}{\pi} \approx 3,2$

Odp. Promień koła jest równy $\frac{10}{\pi}$ cm (czyli około 3,2 cm).

Zadania

s. 100–102
s. 63

1. Marek obliczał przybliżoną wartość liczby π, używając roweru. Koło wykonało pełny obrót. Odległość między punktami A i B wynosi 2,5 m. Średnica koła roweru Marka ma 0,8 m. Jakie przybliżenie liczby π otrzymał Marek?



Ciekawostka

s.335

Oto liczba π podana z dokładnością do 13 miejsca po przecinku:

$$\pi \approx 3{,}1415926535898$$

W czasach starożytnych nie były znane ułamki dziesiętne, używano natomiast przybliżeń liczby π w postaci ułamków zwykłych.

$\pi \approx \frac{25}{8}$ — Babilonia (XX w. p.n.e.)

$\pi \approx \frac{22}{7}$ — Grecja (III w. p.n.e.)

$\pi \approx \frac{355}{113}$ — Chiny (V w. n.e.)

2. Znajdź rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych podanych w ciekawostce obok, a następnie zaokrąglij je do piątego miejsca po przecinku. Który z podanych ułamków jest najdokładniejszym przybliżeniem liczby π?

3. Biblia (I Księga Królewska, rozdział 7, werset 23) podaje, że na zlecenie króla Salomona zbudowano kolisty zbiornik na wodę o obwodzie 30 łokci i średnicy 10 łokci. Jakie przybliżenie liczby π wynika z tych informacji?

7.3.3 7.3.4

4. Zapisz w jak najprostszej postaci.

a) $3{,}5 \cdot 2\pi$ c) $3\pi \cdot 2\pi$ e) $4\pi - 2{,}5\pi$ g) $\frac{3\pi + 6\pi}{3\pi}$

b) $3\pi \cdot 4$ d) $2\pi + 3\pi$ f) $\frac{3\pi}{\pi}$ h) $\frac{6\pi - 6}{2}$

s.335 7.3.1 7.3.2

5. a) Podaj długości okręgów o promieniach:

1 2 1,4 $\frac{2}{7}$

b) Podaj długości okręgów o średnicach:

1 5 $\frac{2}{3}$ 4,2

c) Podaj długości promieni kół o obwodach:

π 2 10π $0{,}6\pi$

8/254

b) 12π, c) $6\pi^2$, d) 5π, e) $1{,}5\pi$, Koło matematyczne

Temat: Rozwiązywanie zadań- ćwiczenia przed egzaminem ósmoklasisty.

Zapisz jeśli to możliwe obliczenia do zadań :

Zadanie 3. (0–1)

W tabeli zapisano trzy wyrażenia.

I	$5^2 \cdot 10^8 \cdot 5^4$
II	$(5^{10} : 5^2) \cdot 10^8$
III	$2^8 \cdot 5^8 \cdot 5^8$

Które z tych wyrażeń są równe 50^8? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. Tylko I i II. **B.** Tylko II i III. **C.** Tylko II. **D.** Tylko III.

Zadanie 4. (0–1)

Dane są cztery wyrażenia:

I. $4+\sqrt{35}$ II. $6+\sqrt{17}$ III. $17-\sqrt{48}$ IV. $15-\sqrt{26}$

Wartości których wyrażeń są mniejsze od 10? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. I i II **B.** II i III **C.** III i IV **D.** I i IV

Zadanie 5. (0–1)

Adam przygotował karty do gry z czterech arkuszy kartonu. Najpierw podzielił każdy arkusz kartonu na cztery części, a następnie każdą z nich ponownie podzielił na cztery części. Tak powstał komplet kart. W grze bierze udział 5 graczy, z których każdy otrzymuje jednakową liczbę kart.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Adam przygotował | **A** | **B** | karty do gry.

A. 32 **B.** 64

Każdy gracz może otrzymać maksymalnie | **C** | **D** | kart.

C. 12 **D.** 13

Zadanie 7. (0–1)

W pewnej firmie zatrudnionych jest więcej niż 10 pracowników. Połowa z nich zarabia po 3000 zł, a druga połowa – po 4000 zł.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Średnia arytmetyczna zarobków w tej firmie jest równa 3500 zł.	**P**	**F**
Gdy z pracy w tej firmie zrezygnują dwie osoby, z których jedna zarabia 3000 zł, a druga 4000 zł, to średnia arytmetyczna zarobków się nie zmieni.	**P**	**F**